

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.01.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

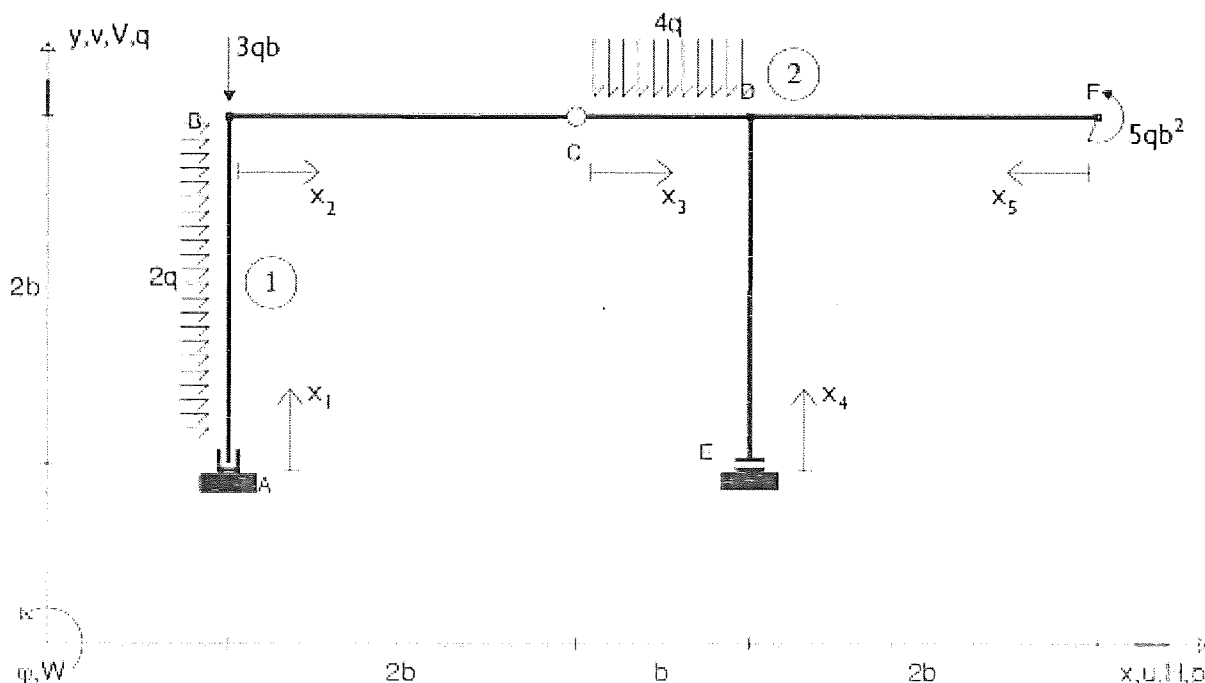
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Università' di Cagliari

SdC\_SdA 22.01.19\*001



Eq ausiliaria:  $M_{Z(C)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{Z(C)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

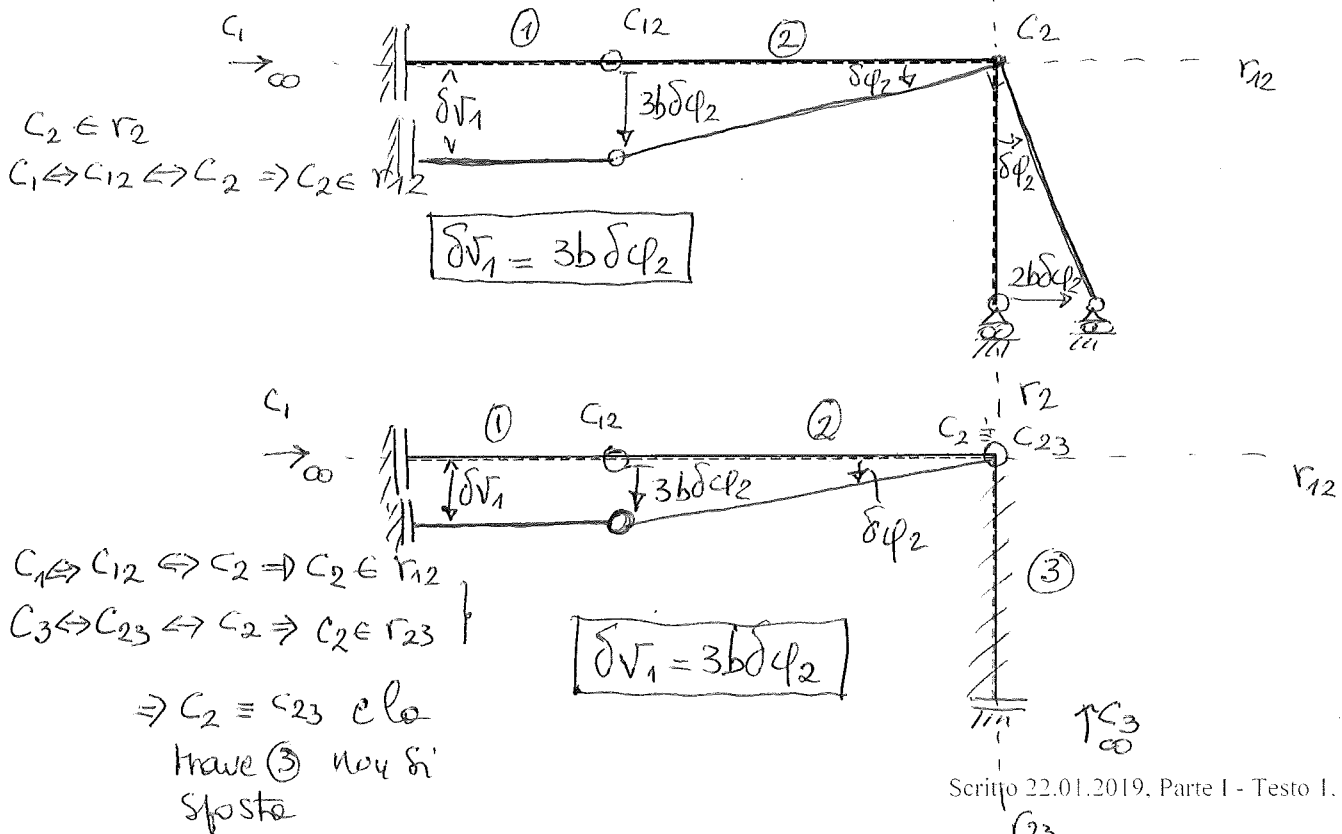
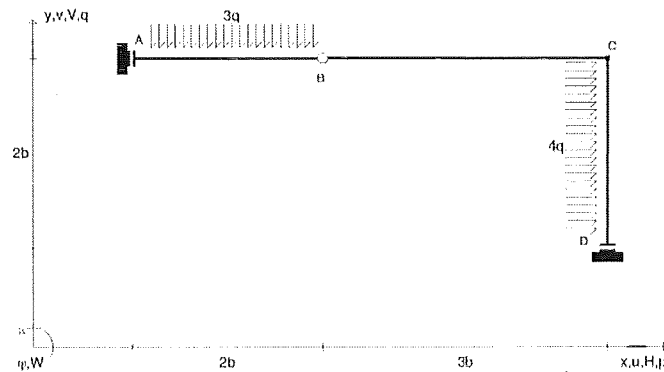
Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto D,  $u_D$ .  
Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto D,  $u_D$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\hat{\mathcal{A}}) = -26ab^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, 0); C_{12} = (2b, 0);$$

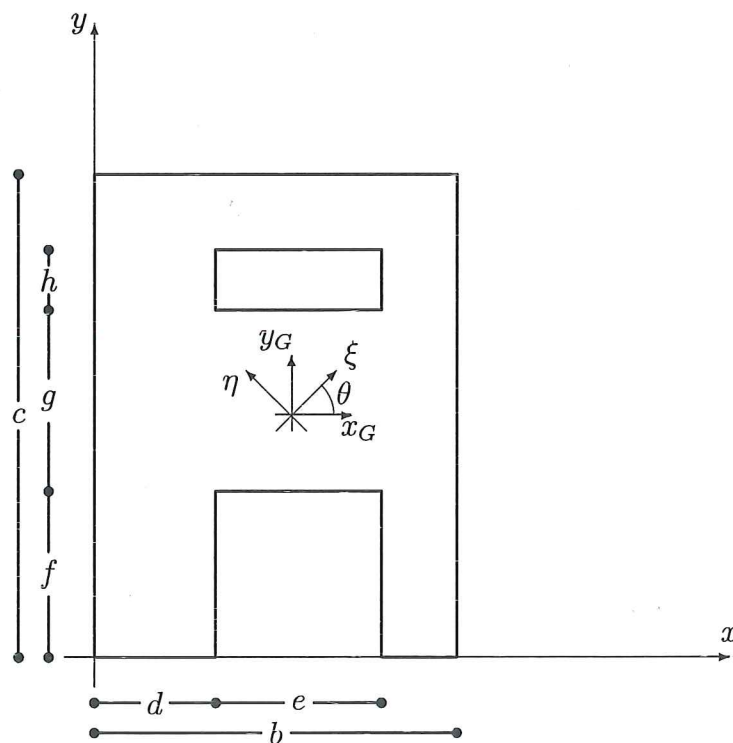
$$v_A = -\delta v_1 = -3b\delta\varphi_1; u_D = +2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\hat{\mathcal{A}}) = -18ab^2; v_B = -\delta v_1 = -3b\delta\varphi_1; u_D = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



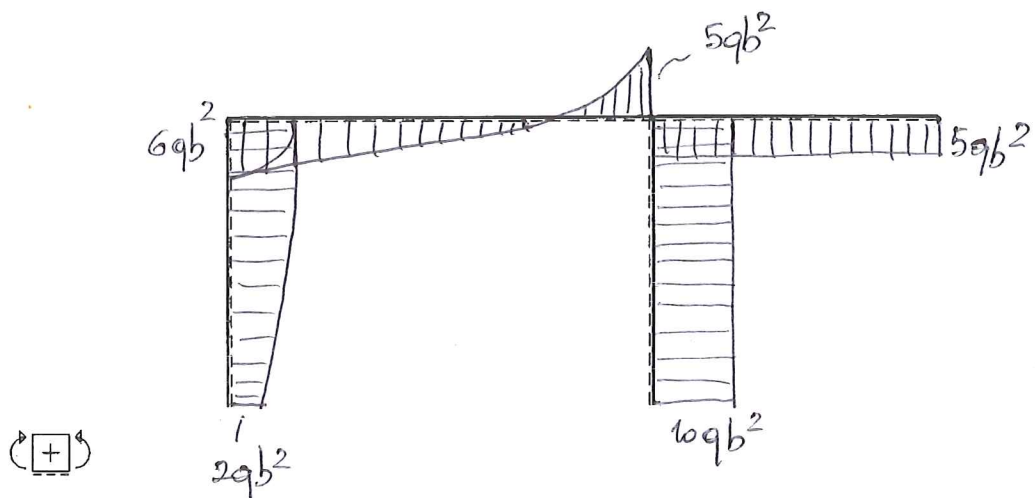
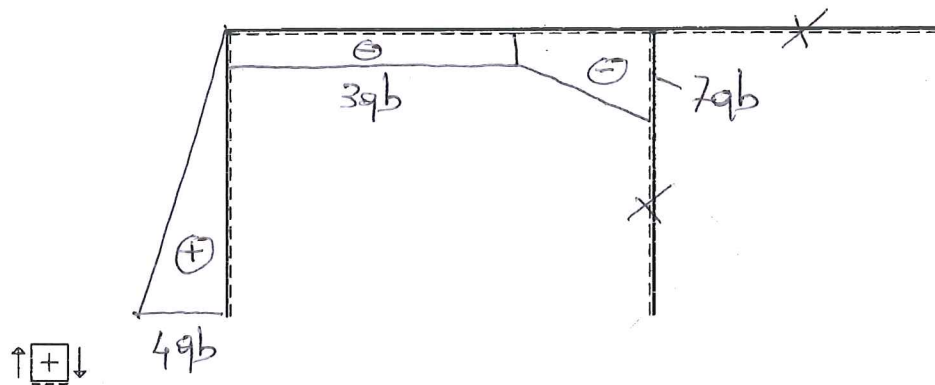
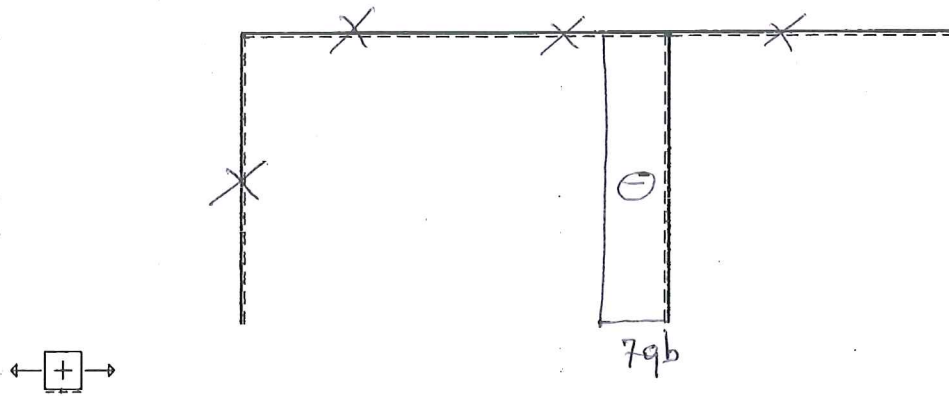
$$S_x = 15a^3; S_y = 8a^3;$$

$$x_G = \frac{4}{3}a = 1,33333a; y_G = \frac{5}{2}a = 2,50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{21}{2}a^4 = 10,50000a^4; J_{yG} = \frac{4}{3}a^4 = 1,33333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{21}{2}a^4 = 10,50000a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{4}{3}a^4 = 1,33333a^4;$$



|  |                         |                                     |  |
|--|-------------------------|-------------------------------------|--|
| $H_A (\Rightarrow) = -4qb$ ; $M_A (\curvearrowright) = -2qb^2$ ; $V_E (\uparrow) = 7qb$ ; $M_E (\curvearrowright) = -10qb^2$ ; |                         |                                     |  |
| $N_{AB} = 0$   | $T_{AB} = 4qb - 2qx_1$  | $M_{AB} = 2qb^2 + 4qb x_1 - qx_1^2$ |  |
| $N_{BC} = 0$   | $T_{BC} = -3qb$         | $M_{BC} = 6qb^2 - 3qb x_2$          |  |
| $N_{CD} = 0$   | $T_{CD} = -3qb - 4qx_3$ | $M_{CD} = -3qb x_3 - 2qx_3^2$       |  |
| $N_{ED} = -7qb$  | $T_{ED} = 0$            | $M_{ED} = -10qb^2$                  |  |
| $N_{FD} = 0$   | $T_{FD} = 0$            | $M_{FD} = 5qb^2$                    |  |

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.01.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

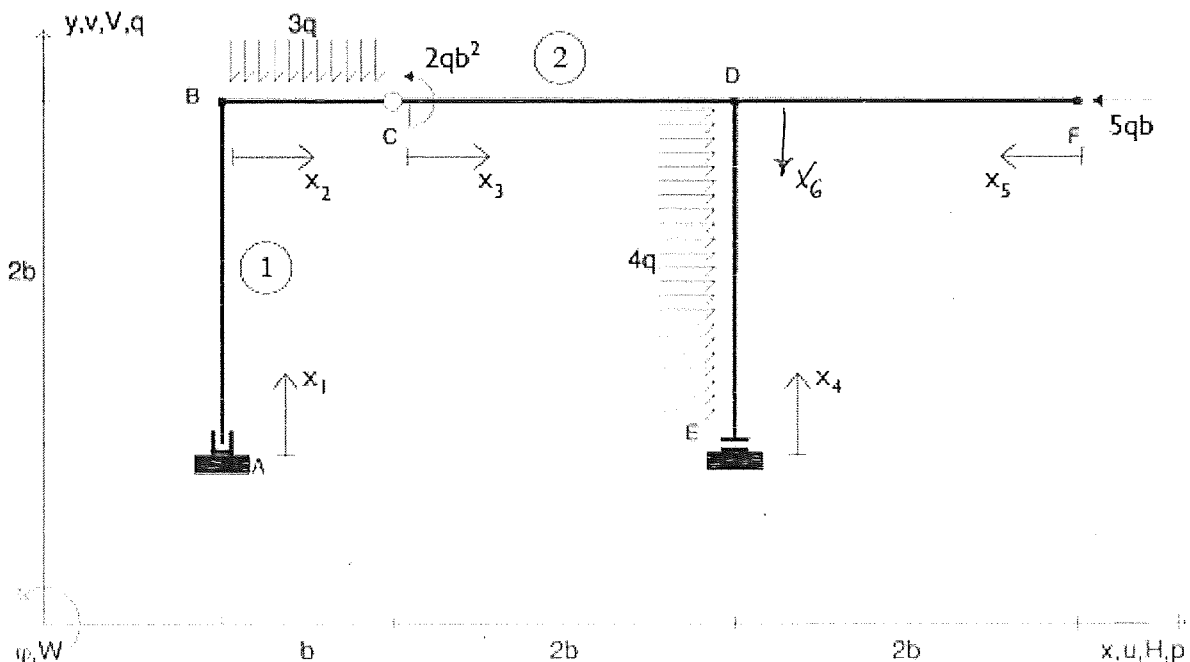
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 22.01.19\*002



*Eq. ausiliario:  $M_{Z(C)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{Z(C)}^{(2)} = 0$*

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto D,  $u_D$ .  
Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

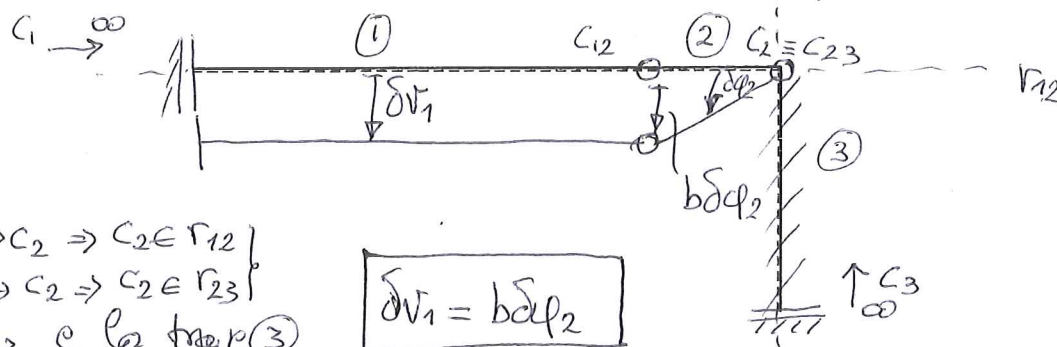
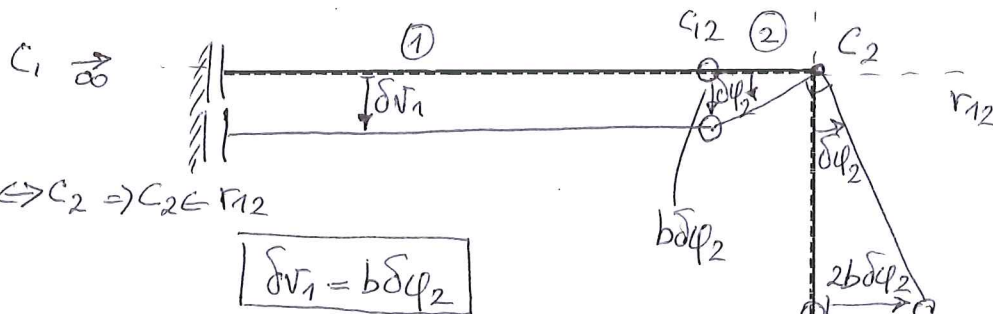
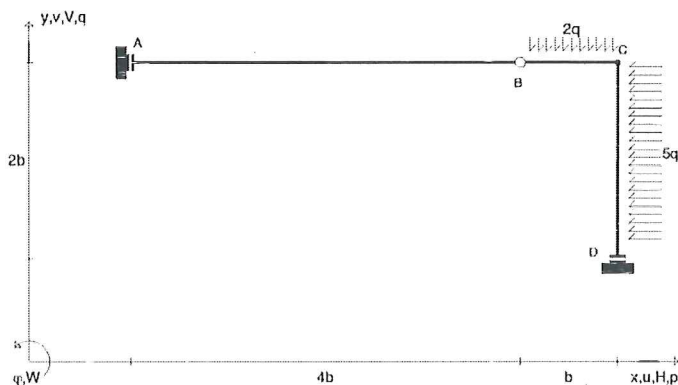
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto D,  $u_D$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 22.01.19'006



$$M_D(\varphi) = \dots + 9ab^2 \dots; C_1 = (\dots, \dots); C_2 = (\dots, \dots); C_{12} = (\dots, \dots);$$

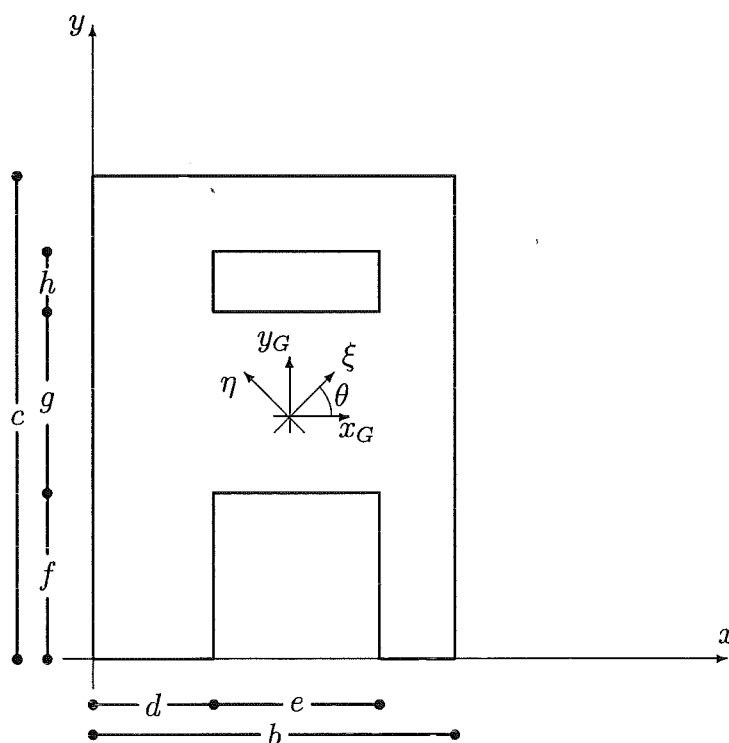
$$v_A = -\delta v_1 = -b\delta\varphi_2; u_D = +2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\varphi) = -ab^2; v_B = -\delta v_1 = -b\delta\varphi_2; u_D = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 6a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = 2a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



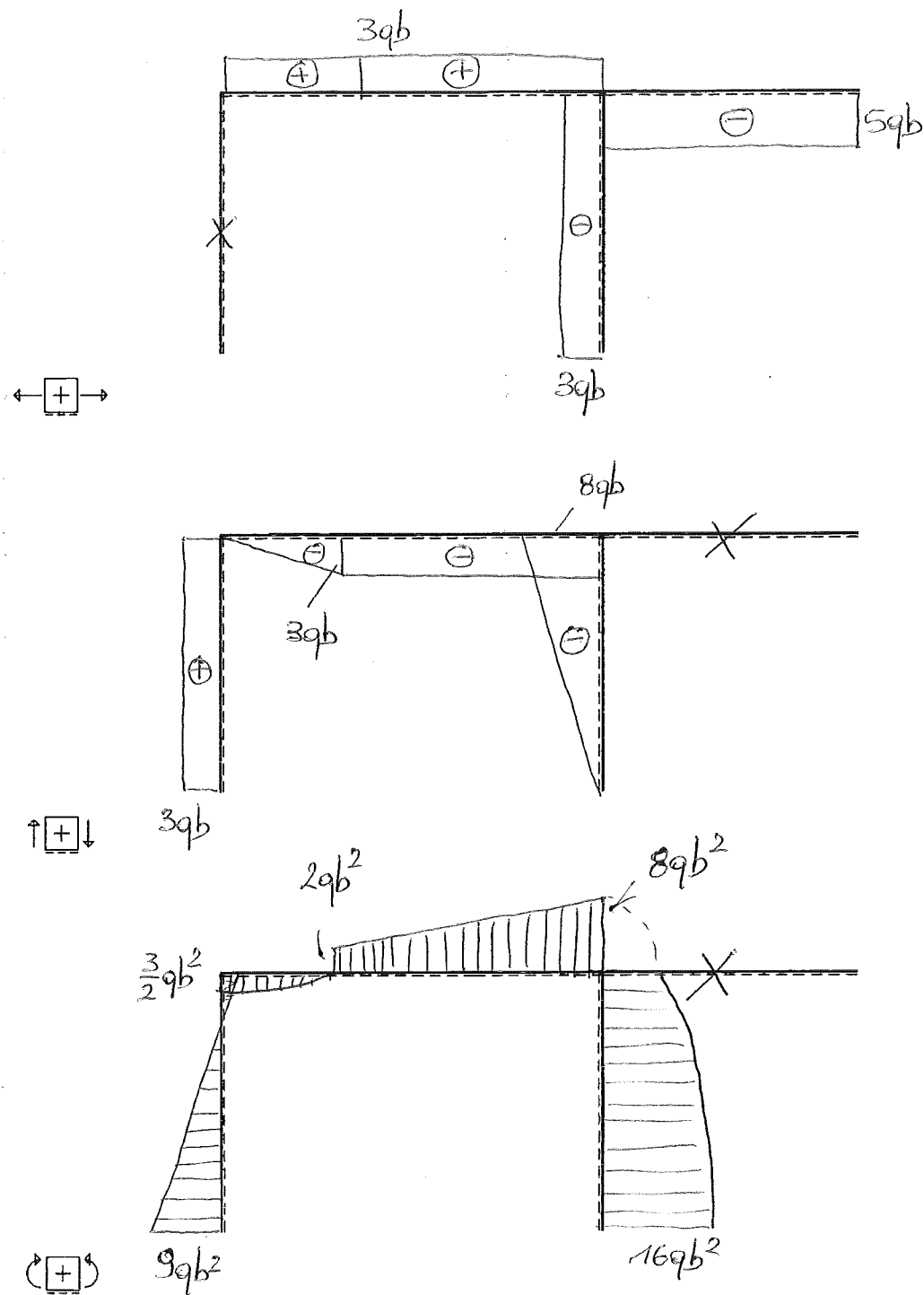
$$S_x = 24a^3; S_y = 16a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{4}a = 1,25000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{56}{3}a^4 = 18,66667a^4; J_{yG} = \frac{13}{6}a^4 = 2,16667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{56}{3}a^4 = 18,66667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{13}{6}a^4 = 2,16667a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -3qb; & M_A (\curvearrowright) &= \frac{9}{2}qb^2; & V_E (\uparrow) &= 3qb; & M_E (\curvearrowright) &= -16qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 3qb; & M_{AB} &= -\frac{9}{2}qb^2 + 3qbx_1; \\
 N_{BC} &= 3qb; & T_{BC} &= -3qx_2; & M_{BC} &= \frac{3}{2}qb^2 - \frac{3}{2}qx_2^2; \\
 N_{CD} &= 3qb; & T_{CD} &= -3qb; & M_{CD} &= -2qb^2 - 3qbx_3; \\
 N_{ED} &= -3qb; & T_{ED} &= \begin{cases} -4qx_4 \\ -8qb + 4qx_6 \end{cases}; & M_{ED} &= \begin{cases} -16qb^2 + 2qx_4^2 \\ -8qb^2 - 8qbx_6 + 2qx_6^2 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= -5qb; & T_{FD} &= 0; & M_{FD} &= 0;
 \end{aligned}$$



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.01.2019

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

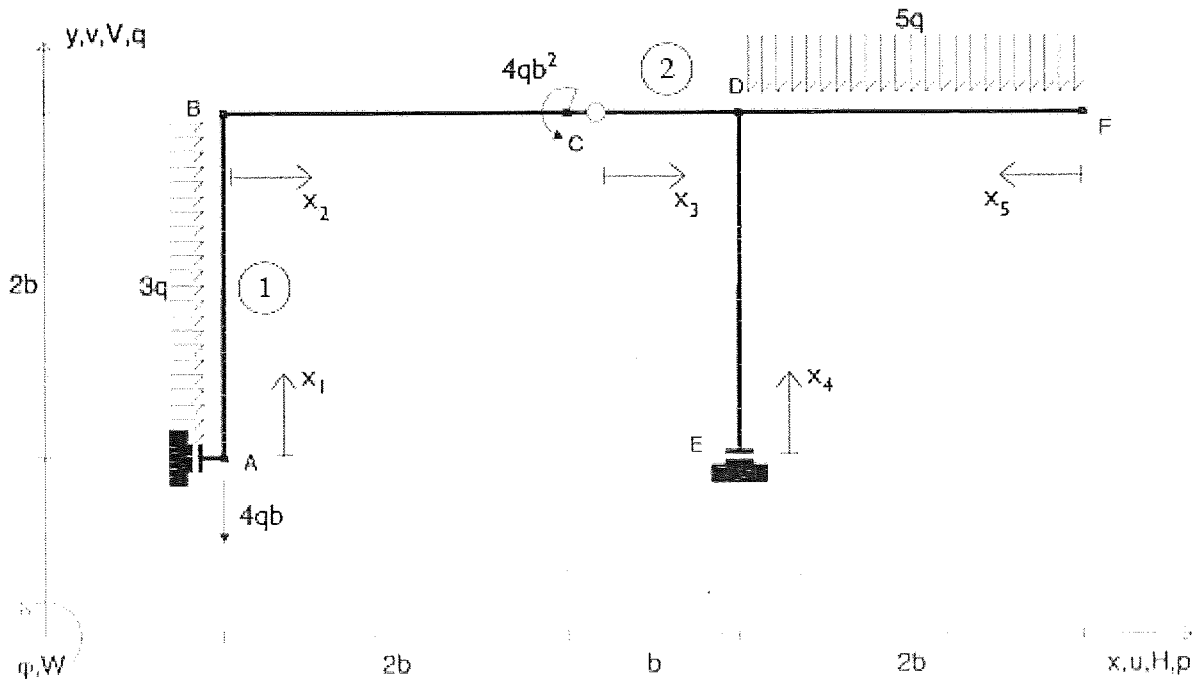
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 22.01.19\*003



Eq. ausiliarie:  $M_{z(c)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{z(c)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

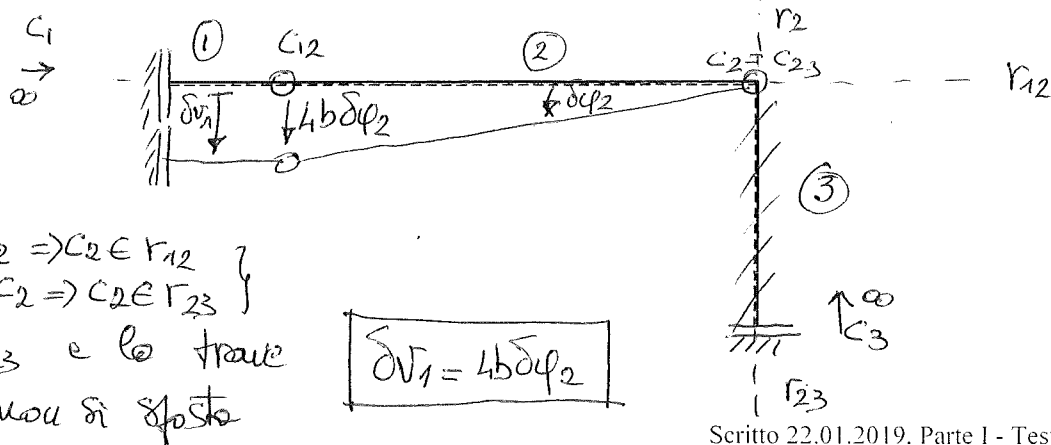
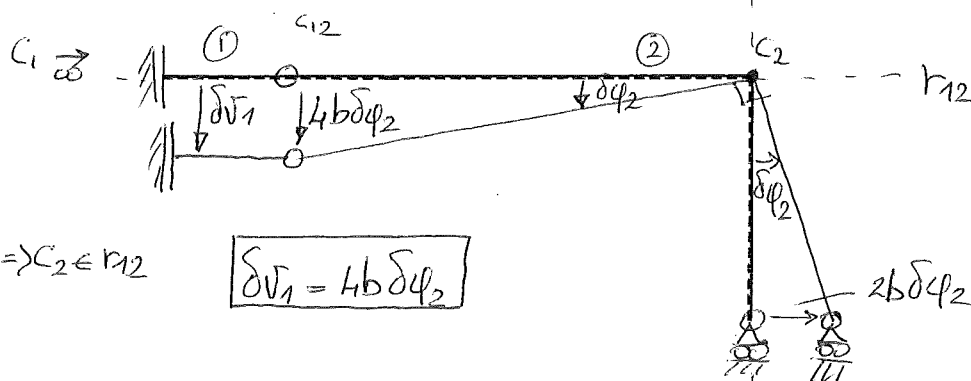
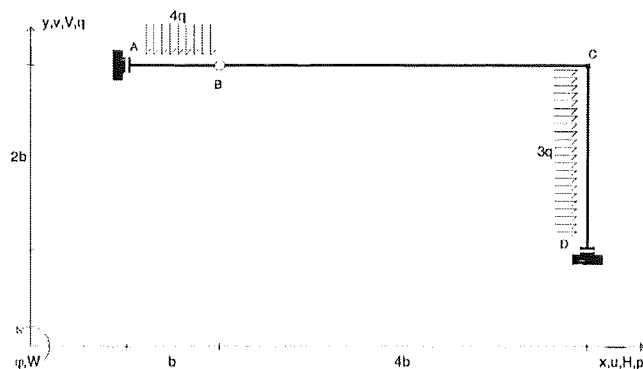
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto D,  $u_D$ .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto D,  $u_D$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\varphi) = -22912; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, 0); C_{12} = (b, 0);$$

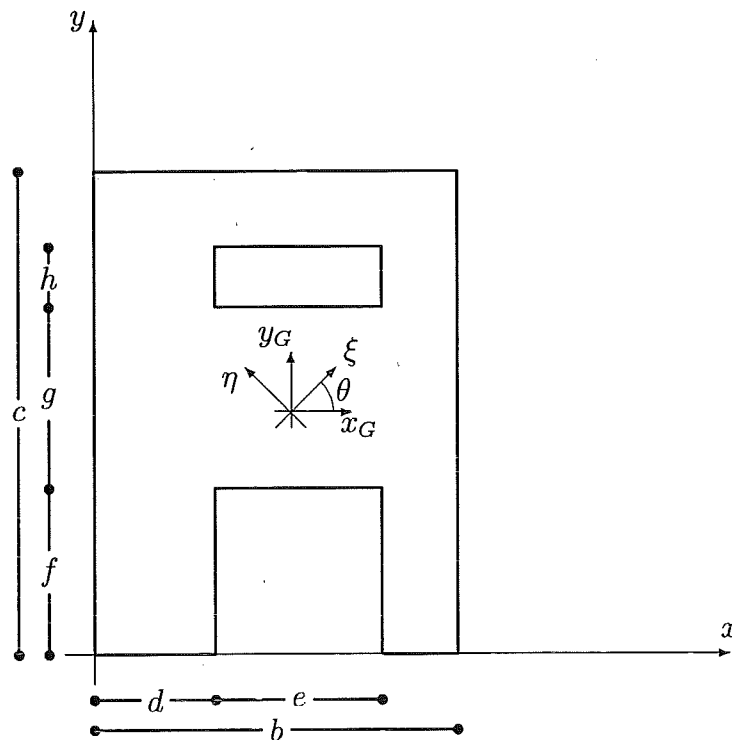
$$v_A = -\delta v_1 = -4b\delta\varphi_2; u_D = +2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\varphi) = -169b^2; v_B = -\delta v_1 = -4b\delta\varphi_2; u_D = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 3a$ ;  $g = a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



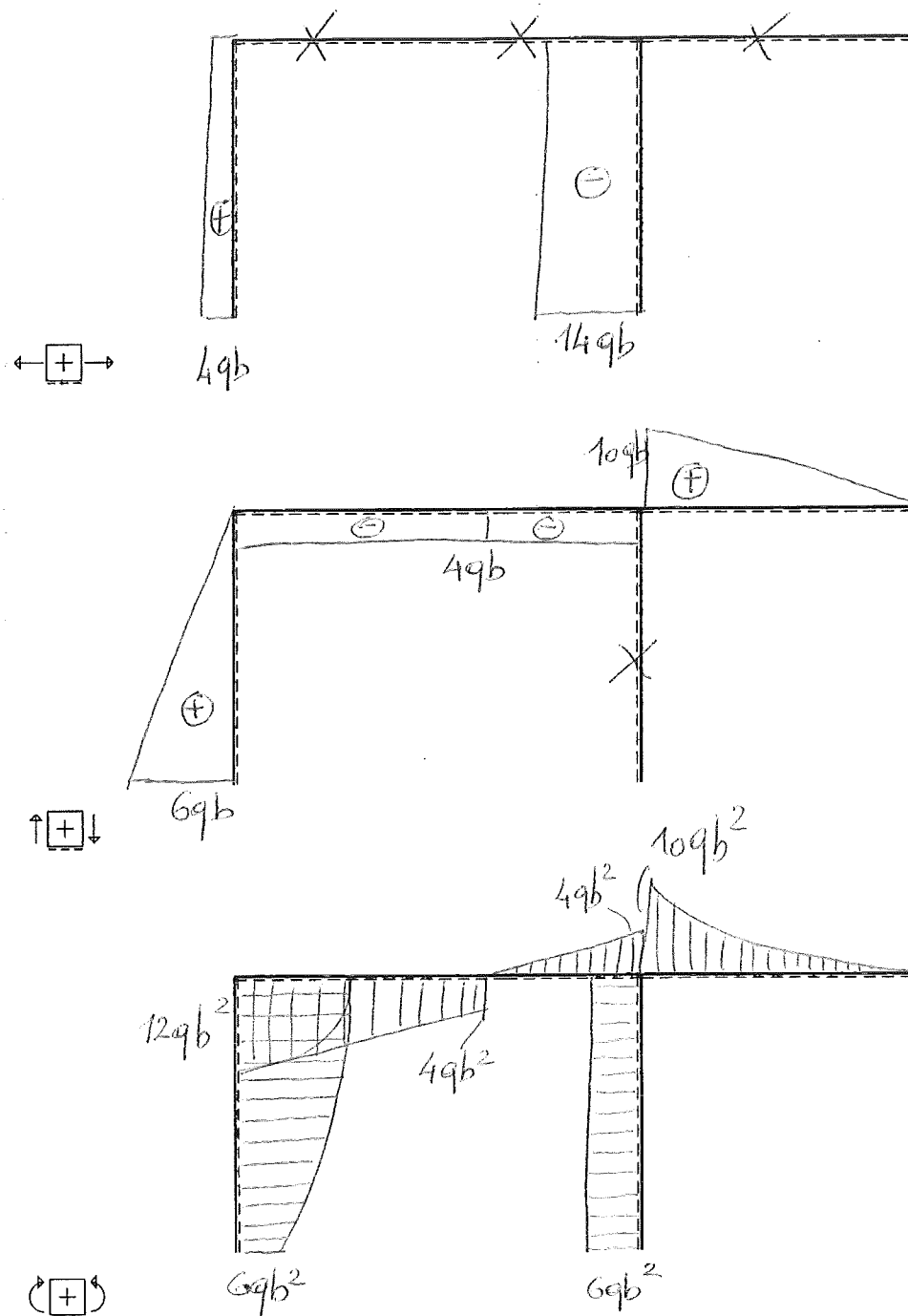
$$S_x = 28a^3; S_y = 11a^3;$$

$$x_G = \frac{11}{8}a = 1.375a; y_G = \frac{7}{2}a = 3.5a;$$

$$J_{xG} = \frac{86}{3}a^4 = 28.6667a^4; J_{yG} = \frac{37}{24}a^4 = 1.54167a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{86}{3}a^4 = 28.6667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{37}{24}a^4 = 1.54167a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -6qb; & M_A (\curvearrowright) &= -6qb^2; & V_E (\uparrow) &= 14qb; & M_E (\curvearrowright) &= 6qb^2; \\
 N_{AB} &= 4qb; & T_{AB} &= 6qb - 3qx_1; & M_{AB} &= 6qb^2 + 6qb x_1 - \frac{3}{2} q x_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= -4qb; & M_{BC} &= 12qb^2 - 4qb x_2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= -4qb; & M_{CD} &= -4qb x_3; \\
 N_{ED} &= -14qb; & T_{ED} &= 0; & M_{ED} &= 6qb^2; \\
 N_{FD} &= 0; & T_{FD} &= 5q \times 5; & M_{FD} &= -\frac{5}{2} q \times 5^2;
 \end{aligned}$$

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.01.2019

Parte I - Testo 4

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

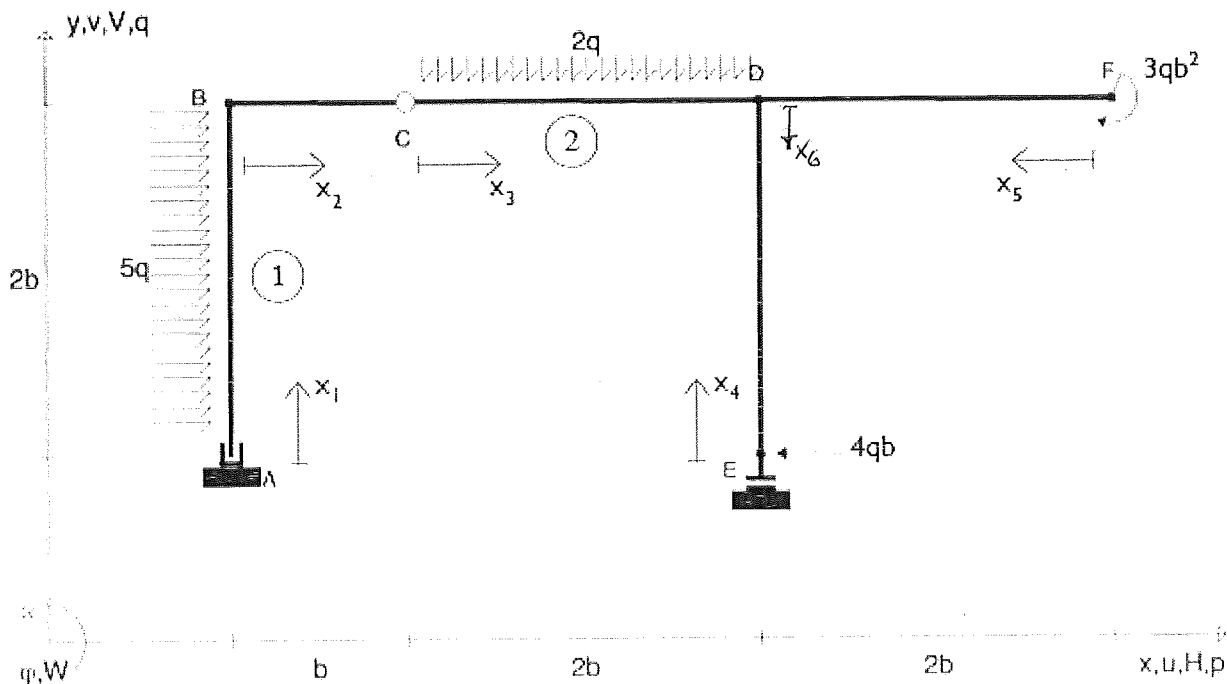
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 22.01.19\*004



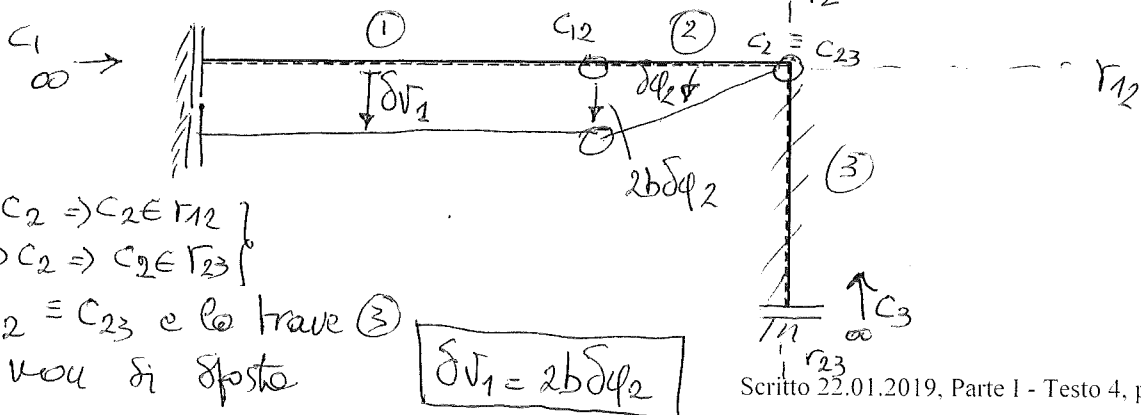
Eq. ausiliario:  $M_{z(c)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{z(c)}^{(2)} = 0$

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

- Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;

- Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\hat{\varphi}) = \dots -6ab^2 \dots; C_1 = (\dots 0, \dots 0 \dots); C_2 = (\dots 5b, \dots 0 \dots); C_{12} = (\dots 3b, \dots 0 \dots);$$

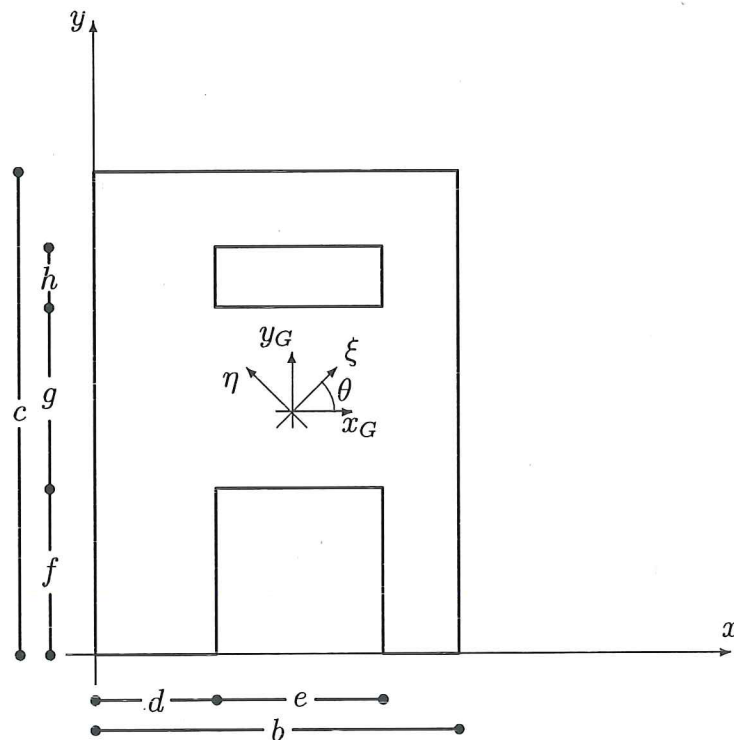
$$v_A = \dots -\delta\varphi_1 \dots; u_D = \dots 2b\delta\varphi_2 \dots;$$

$$M_C(\hat{\varphi}) = \dots -10ab^2 \dots; v_B = \dots -\delta\varphi_1 \dots; u_D = \dots 0 \dots;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 8a$ ;  $d = 0$ ;  $e = a$ ;  $f = 3a$ ;  $g = 2a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



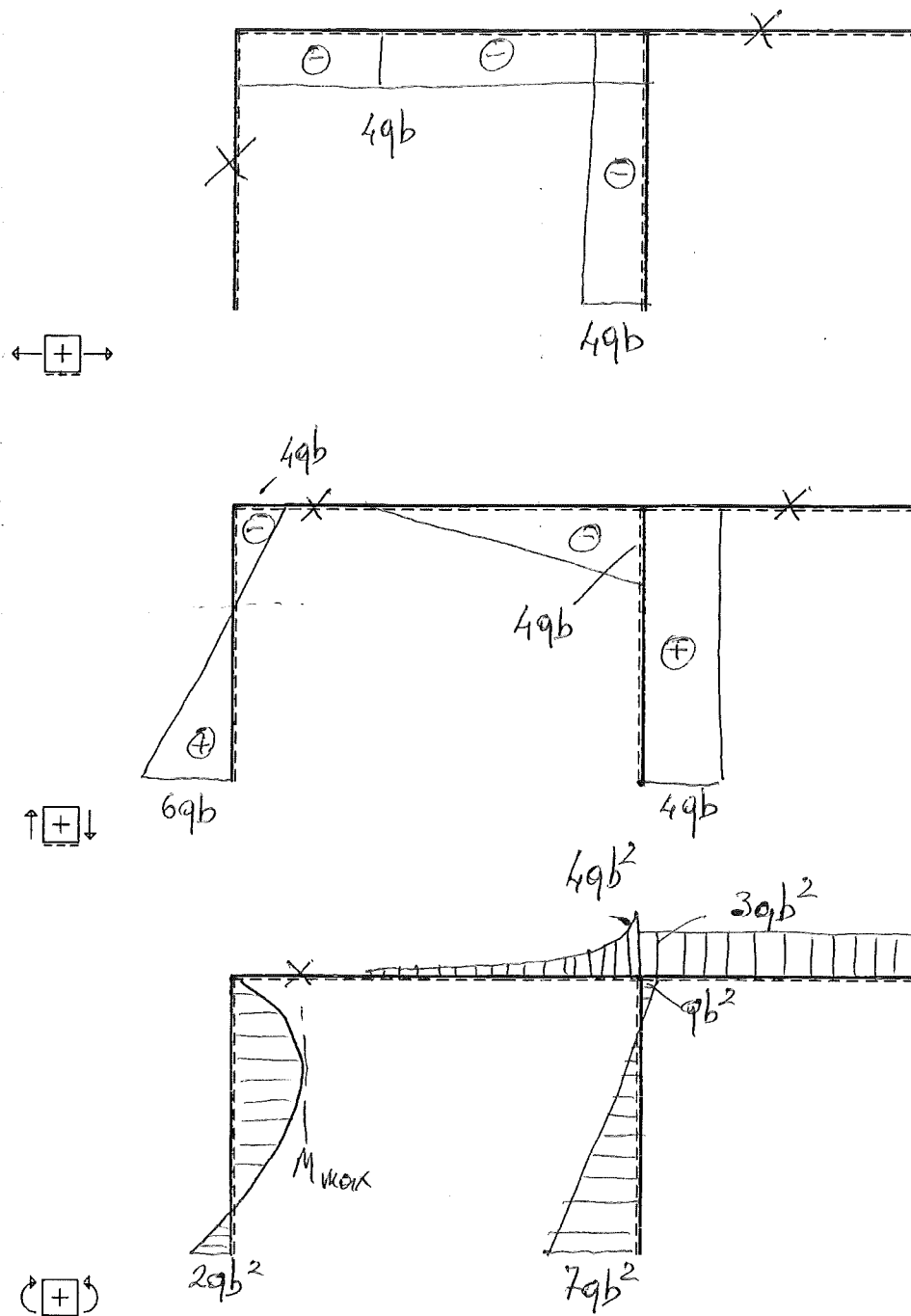
$$S_x = \dots 40a^3 \dots; S_y = \dots 13a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{13}{16}a = 1,30000a \dots; y_G = \dots 4a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{130}{3}a^4 = 43,33333a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{73}{30}a^4 = 2,43333a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots (\theta = 0^\circ) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{130}{3}a^4 = 43,33333a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{73}{30}a^4 = 2,43333a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -6qb; & M_A (\curvearrowright) &= 2qb^2; & V_E (\uparrow) &= 4qb; & M_E (\curvearrowright) &= 7qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 6qb - 5qx_1; & M_{AB} &= -2qb^2 + 6qb x_1 - \frac{5}{2}qx_1^2; \\
 N_{BC} &= -4qb; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 N_{CD} &= -4qb; & T_{CD} &= -2qx_3; & M_{CD} &= -qx_3^2; \\
 N_{ED} &= -4qb; & T_{ED} &= 4qb; & M_{ED} &= \begin{cases} 7qb^2 - 4qb x_4 \\ 1 - qb^2 + 4qb x_6 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; & T_{FD} &= 0; & M_{FD} &= -3qb^2;
 \end{aligned}$$